

## Tema 3. Movimientos

El movimiento es uno de los fenómenos físicos que se aprecian claramente si observas el mundo que te rodea. Ves el movimiento de las personas, de los automóviles, del Sol y de la Luna, de los cuerpos que caen..... Todos ellos siguen unas leyes, sencillas en los casos más habituales, que se pueden expresar mediante ecuaciones matemáticas llamadas **ecuaciones del movimiento**.

En este tema se van a plantear algunos problemas físicos de gran interés relacionados con la posición que ocupan los móviles, los cambios de posición que experimentan y la rapidez con la que se producen, así como con las modificaciones en la velocidad que llevan.

Fíjate en la imagen de **un partido de baloncesto**. La jugadora que lanza se está moviendo, el balón vuela hacia la canasta, las demás jugadoras toman posiciones para un posible rebote; en resumen, todo es movimiento. Cuando se lanza a canasta, hay que tener en cuenta muchos factores para lograr el objetivo, que es encestar. Lo fundamental es saber dónde está la pelota cuando se hace el tiro, así como la posición de la canasta. Dependiendo de esos valores, la jugadora decide lanzar con más o menos velocidad y con un ángulo u otro.



En este curso solamente vas a trabajar con **movimientos rectilíneos** y con **movimientos circulares**, en los que el tratamiento matemático es muy sencillo, pero lo que aprendas lo utilizarás en casos más complejos -como movimientos en el plano en el baloncesto- si sigues estudiando Física en el futuro.

### 1. El movimiento

Imagina que estás sentado en un banco del parque. ¿Estás en reposo o no? Todo indica que sí, pero en la imagen puedes ver que la Tierra gira sobre sí misma. Y dado que tú te mueves como la Tierra, ¡también te estás moviendo!



Si te sientas como copiloto dentro de un automóvil que circula por una carretera ¿te estás moviendo? La respuesta no es tan sencilla como parece: si es por la noche y solamente miras dentro del coche, resultará difícil saber si el coche se mueve o no. Sin embargo, durante el día solamente tienes que mirar por la ventanilla.

Para saber si hay movimiento siempre debes hacer lo mismo: tienes que fijarte en si tu posición cambia respecto de un objeto que está o consideras fijo.

En los casos anteriores, ese **sistema de referencia** puede ser un árbol situado en la cuneta de la carretera o una farola del parque. Si tu posición cambia con respecto al sistema de referencia, que está fijo, la conclusión es que eres tú quien se mueve.

Evidentemente, en la Tierra no hay ningún sistema de referencia fijo, ya que además de su movimiento de rotación, se traslada girando alrededor del Sol, que también se mueve dentro de la galaxia. Sin embargo, a todos los efectos se eligen puntos sobre la Tierra como sistemas de referencia fijos.

En todos los casos, para saber si hay movimiento siempre debes hacer lo mismo: tienes que fijarte en si tu posición cambia respecto de un objeto que está o consideras fijo.

### Relatividad del movimiento

Habrás observado en la simulación de los coches, que no se ve lo mismo desde fuera que desde dentro de ellos: si visto desde fuera los tres avanzan hacia la derecha, desde dentro del más rápido se ve que los otros dos se van retrasando. Es decir, **el movimiento es relativo y sus características dependen del sistema de referencia que se toma.**

Eso sí, cuando un objeto se mueve lo hace de una forma única, lo que cambia es la forma de describir su movimiento según cuál sea el sistema de referencia elegido.

En resumen, los movimientos que aprecian dos observadores para el mismo objeto que se mueve pueden ser diferentes: no se observa el mismo movimiento desde un sistema de referencia en reposo que desde uno que se mueve.

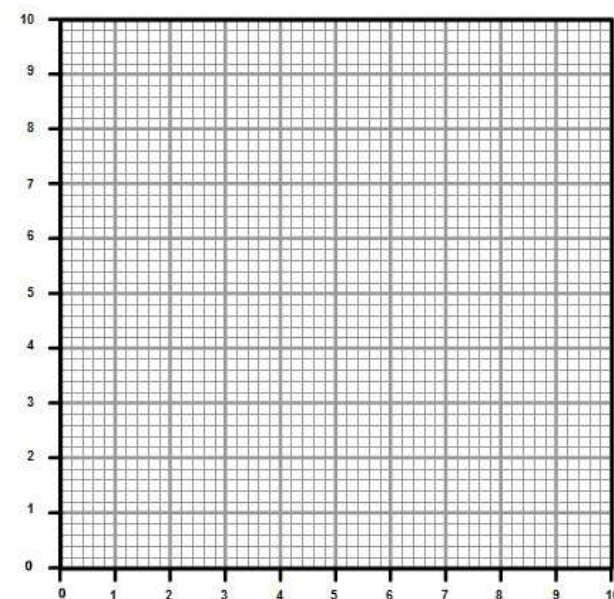
### ¿Cuándo se mueve un objeto?

Un objeto se mueve cuando cambia su posición con respecto a un sistema de referencia, que se considera fijo.

## 1.1 Cambios de posición

Para analizar el movimiento de un objeto hay que elegir el sistema de referencia más sencillo, que habitualmente es uno que está en reposo. Ya conoces la forma de situar los puntos en el plano con respecto al eje horizontal  $x$  y al eje vertical  $y$ , indicando el par de coordenadas  $(x,y)$ , que pueden ser negativas si el objeto está a la izquierda o por debajo del origen.

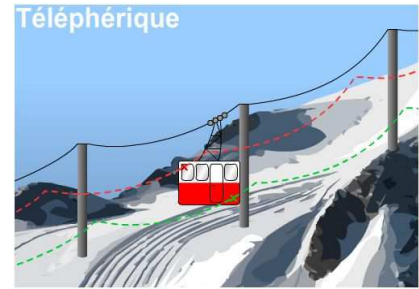
Pero también hay que saber dónde está el objeto mientras se mueve. Para eso, hace falta situarlo, indicando las posiciones por las que va pasando. No tienes más que indicar la posición cero, el origen del sistema de referencia, y marcar los puntos por los que pasa el móvil con respecto a esa posición cero.



### Trayectoria

Cuando un objeto cambia su posición, el conjunto de puntos por los que pasa en su movimiento se llama **trayectoria**.

En este curso solamente vas a analizar matemáticamente trayectorias rectilíneas y verás cualitativamente otros tipos de trayectorias.



### Espacio recorrido y desplazamiento

¿Cuánto espacio recorre un objeto cuando se mueve? El **espacio recorrido** es la longitud de la **trayectoria que ha definido el objeto en su movimiento**.

El **desplazamiento** tiene otro sentido: se refiere a la diferencia entre las posiciones inicial y final. Se indica con una línea que une las posiciones inicial y final, marcando con una punta de flecha el sentido del desplazamiento desde la una a la otra, como puedes ver en el simulador siguiente.

Si la posición inicial y final coinciden, como sucede cuando lanzas verticalmente un objeto desde el suelo y vuelve al lugar de lanzamiento, o cuando el movimiento es circular, entonces el desplazamiento es cero, pero el espacio recorrido no.



### Trayectoria, espacio recorrido y desplazamiento

La **trayectoria** es la línea que une todos los puntos por los que pasa un móvil cuando cambia su posición entre dos puntos.

El **espacio recorrido** por un móvil es la longitud de la trayectoria seguida por el móvil.

El **desplazamiento** es la diferencia entre las posiciones final e inicial del móvil. Coincide con el espacio recorrido en trayectorias rectilíneas en las que el móvil se mueve siempre en el mismo sentido.

## 2. Velocidad y aceleración

Observa en la imagen la posición que ocupan los corredores. ¿Cuál de ellos es el más rápido? La respuesta es clara: aquél que recorre la mayor distancia en el menor tiempo. Y ése es últimamente Usain Bolt en las carreras de 100 y 200 metros: la imagen corresponde a la final de los Juegos Olímpicos de Pekín 2008.



Para indicarlo se utiliza una magnitud física, **la velocidad**, que **mide la rapidez con que un móvil cambia su posición**. Es decir, cuánto ha cambiado su posición y cuánto tiempo le ha costado realizar ese cambio. En la vida diaria suele medir el espacio que ha recorrido un móvil (un atleta, por ejemplo) en un tiempo determinado. En el Sistema Internacional de unidades se mide en metros por segundo (m/s).

Fíjate en que en una pista de atletismo el desplazamiento y el espacio recorrido coinciden en los 100 m, pero no en los 200 m.

De esta forma, si un coche lleva una velocidad de 30 m/s en un momento determinado, significa que recorrerá 30 metros en cada segundo si mantiene constante esa velocidad.



Pero ¿y si ve un obstáculo en la carretera y frena para evitar el accidente? La velocidad ya no es constante, porque el móvil se desplaza cada vez más despacio, hasta que llega a detenerse. Decimos que lleva aceleración, ya que **la aceleración mide la rapidez del cambio de velocidad**.

### ¿Qué miden la velocidad y la aceleración?

La **velocidad** mide la rapidez con que un objeto cambia su posición, mientras que la **aceleración** mide la rapidez del cambio de velocidad que experimenta el objeto que se mueve.

## 2.1 Velocidad

### Carácter vectorial de la velocidad

Cuando ves una señal de tráfico como la de la imagen, entiendes que el automóvil no debe superar los 40 kilómetros por hora (40 km/h). Pero el movimiento se puede producir por una calle u otra, en una dirección y sentido o en otros distintos. La velocidad es una **magnitud vectorial**: decir que un móvil lleva una velocidad de 40 km/h no indica más que lo deprisa que va, pero no aporta información sobre la **dirección** y el **sentido** en que se desplaza.

Hay que tener clara esta característica para resolver las situaciones de movimiento que se planteen. Pero este curso solamente vas a analizar movimientos rectilíneos, y en ese caso no es necesario tener en cuenta el carácter vectorial de las magnitudes que se utilizan en el movimiento (posición, velocidad y aceleración).

El valor numérico de la velocidad (su módulo utilizando terminología vectorial) se suele llamar **rapidez**.

### Velocidades media e instantánea

Cuando un objeto se mueve, la velocidad que lleva en un momento determinado de su movimiento se llama **velocidad instantánea**. Se entiende por momento un intervalo de tiempo tan pequeño como para que la velocidad se mantenga constante en ese intervalo.

La **velocidad media** indica la velocidad promedio durante un tiempo apreciable, durante el cual la velocidad ha podido modificarse. Por ejemplo, un coche parte de una ciudad A y llega 5 horas

después a una ciudad B, situada a 400 km. La velocidad media es obviamente de 80 km/h (400 km en 5 horas;  $400 \text{ km}/5 \text{ h} = 80 \text{ km/h}$ ). ¿Significa que el marcador del coche siempre ha estado marcando 80 km/h? Evidentemente, no: ha podido ir un poco más deprisa o más lentamente, pararse a descansar, etcétera.

### Unidades de la velocidad

Y hablando de coches y motos, su velocidad se suele indicar en **km/h**, en lugar de en **m/s**, que es la unidad del SI. ¿Qué equivalencia hay entre ellas? Fíjate en la siguiente conversión de unidades:

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}; 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Por tanto, si un coche con velocidad constante recorre 20 metros en un segundo, al cabo de una hora habrá recorrido 72 km.

### Velocidades media e instantánea

La **velocidad media** relaciona el espacio recorrido por un móvil en un tiempo determinado suficientemente grande; si ese tiempo es pequeño, como puede ser 0,1 s -una décima de segundo-, en ese intervalo de tiempo tan pequeño la velocidad se puede considerar constante y se llama **velocidad instantánea**. Es la que marcan los velocímetros de los coches.

### Velocidad en m/s y en km/h

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad 1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para pasar de m/s a km/h solamente hay que multiplicar por el factor de conversión 3,6, mientras que para pasar de km/h a m/s hay que dividir por 3,6.

### ¿Qué es la velocidad?

Es una magnitud que mide la rapidez con la que un móvil se mueve, es decir, el espacio recorrido por el móvil por unidad de tiempo.

La velocidad es mayor cuanto más distancia recorre el móvil en menos tiempo.

En el SI se mide en metros por segundo (m/s), aunque en la vida diaria es muy habitual medirla en kilómetros por hora (km/h).

Que la velocidad de un móvil es de x m/s significa que si su velocidad no varía recorrerá x metros en cada segundo de su movimiento.

## 3. Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

Cuando circulas en un vehículo por una larga recta y con el control de velocidad activado, la velocidad instantánea coincide en todo momento con la velocidad media en dicho tramo y no hay aceleración, ya que el valor numérico de la velocidad, su dirección y su sentido no cambian. Este tipo de movimiento se conoce como **movimiento rectilíneo uniforme** y se indica abreviadamente como **MRU**.



Fíjate en que la consecuencia inmediata de la definición de un MRU es que cualquier móvil con este tipo de movimiento **recorrerá espacios iguales en tiempos iguales**.

### Características del movimiento rectilíneo uniforme

El MRU se caracteriza porque la velocidad instantánea es constante en magnitud, dirección y sentido.

El objetivo final al estudiar un movimiento es llegar a ser capaces de predecir en cualquier instante la posición del móvil que estudiamos, conociendo únicamente dos parámetros: la posición inicial y la velocidad con la que se desplaza.

Para obtener la ecuación del movimiento de un MRU se puede partir de la definición de velocidad media:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

donde  $x_0$  y  $t_0$  son la posición y el tiempo en el instante inicial. Como al medir el tiempo lo que se hace realmente es tomar intervalos del mismo, por simplicidad se toma  $t_0=0$ .

Además, ya has visto que en un MRU la velocidad media siempre coincide con la instantánea, de modo que  $v_m=v$  y por tanto:

$$v = \frac{x - x_0}{t} \quad \Rightarrow \quad x = x_0 + vt$$

que es la ecuación de la posición en un MRU.

### Ecuaciones de un MRU

$$x = x_0 + vt \quad v = v_0 \quad a = 0$$

## 3.1 Gráficas en el MRU

Es muy importante que entiendas el significado de la posición, velocidad y aceleración que describen el movimiento de un objeto.

De la misma forma, debes interpretar la información que proporcionan las gráficas que representan la posición que ocupa un móvil cuando se desplaza, así como su velocidad y su aceleración en función del tiempo.

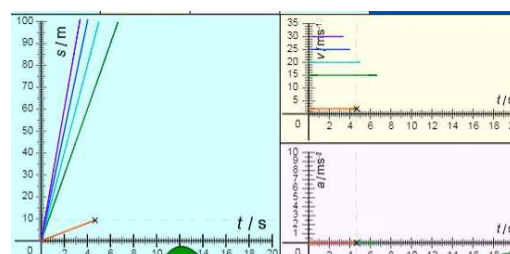
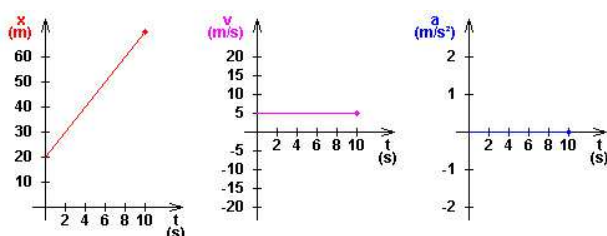
En general, vas a considerar que el movimiento rectilíneo transcurre en el eje  $x$ . Ahora bien, por coherencia con la representación de los ejes matemáticos, en movimientos verticales como el lanzamiento de objetos y la caída libre, el movimiento se produce en el eje  $y$ . También has de tener en cuenta que hacia la derecha y hacia arriba están las zonas positivas de los ejes de coordenadas, y a la izquierda y abajo las negativas.

## Posición, velocidad y aceleración

Los **signos de la posición, la velocidad y la aceleración de un móvil son independientes uno de otro**, y se puede dar cualquier combinación entre ellos: por ejemplo, puede estar en una posición negativa (a la izquierda del origen), llevar velocidad positiva (moverse hacia la derecha) y aceleración negativa (ir cada vez más despacio).

## Características de las gráficas de un MRU

- La gráfica de la posición ( $x$ ) frente al tiempo ( $t$ ) es una recta oblicua, que pasa por el origen cuando la posición inicial es cero; si no es así, corta el eje  $x$  en el valor de la posición inicial. La inclinación de la recta es positiva si la velocidad es positiva y negativa en caso contrario.
- La gráfica de la velocidad ( $v$ ) frente al tiempo ( $t$ ) es siempre una recta horizontal, que corta el eje de velocidades precisamente en el valor de la velocidad del movimiento.
- Dado que no existe aceleración, ésta permanece con valor cero durante todo el movimiento.



## 3.2 Resolución de problemas

Aunque muchas veces los problemas se refieren al movimiento de un único cuerpo, no ocurre así siempre; resulta de particular interés el caso de **dos móviles en movimiento simultáneo que se mueven en la misma recta**.

La única precaución necesaria en este tipo de problemas es prestar especial atención a describir sus movimientos siempre **referidos al mismo sistema de referencia**, por lo que si el móvil se acerca al origen moviéndose hacia la izquierda su velocidad es negativa, y más negativa cuanto más deprisa se mueva. Su resolución es similar a los anteriormente tratados, mediante la resolución simultánea de las ecuaciones de todos los móviles afectados.

Algunas consideraciones generales a la hora de tratar problemas con varios móviles son:

- Las ecuaciones se aplican a cada movimiento por separado y debes tener cuidado en diferenciar entre las variables de un movimiento y otro. Esto puedes conseguirlo añadiendo subíndices que las identifiquen.
- Aunque algunas variables sean diferentes para los dos movimientos, otras serán iguales. Deberás identificar primero estas últimas, pues te permitirán reducir el número de variables en el problema y hacer la solución mucho más fácil.

- En el caso en que algún movimiento sea la continuación de un primero, entonces la velocidad final y la posición final del primero serán la velocidad inicial y la posición inicial del segundo.
- Muchas veces la resolución gráfica de este tipo de problemas, representando en la misma gráfica los movimientos de todos ellos, permite una solución más rápida de los mismos.

## 4. Aceleración

### Los cambios de rapidez

Cuando un coche que circula por un tramo recto de carretera se encuentra con un obstáculo (una piedra grande, agua encharcada, etcétera), el conductor pisa el pedal del freno para que no se produzca el impacto o para pasar más despacio. El coche se mueve cada vez más lentamente, hasta que incluso llega a detenerse.



¿Qué característica del movimiento se ha modificado? Lo ha hecho la magnitud de la velocidad -es decir, la rapidez-, que pasa del valor inicial a cero cuando el coche se para.

En casos como el anterior, con variación de la rapidez, la **aceleración** se llama **tangencial**, ya que su dirección es tangente a la trayectoria (si la trayectoria es rectilínea, tienen la misma dirección). En ese caso, la única forma de que haya aceleración es que el móvil aumente o disminuya su rapidez, o como se dice habitualmente, acelere o frene.

### Los movimientos no rectilíneos

Vas a analizar ahora el caso de un móvil cuya trayectoria no es recta. En su movimiento, la dirección que sigue va cambiando aunque la rapidez sea constante. Es, por ejemplo, el caso de un coche que toma una curva. Pero, dado que la dirección es una de las características del vector velocidad y cambia en el giro, el vector velocidad no es constante. Al girar el volante se produce aceleración aunque la rapidez sea la misma y el marcador del coche indique el mismo valor. En este caso, la **aceleración** se llama **normal**.

La aceleración también tiene carácter vectorial, ya que además de la magnitud del cambio de rapidez hay que saber la dirección y el sentido en que se produce.

### ¿Cuándo hay aceleración?

Un movimiento tiene aceleración **si cambia la velocidad** tanto en magnitud como en **dirección o sentido**.



### Unidades de aceleración

Considerando solamente movimientos rectilíneos, la aceleración mide la variación de la rapidez del móvil. Si en un caso concreto pasa de 5 a 20 m/s en 5 s, la rapidez ha aumentado en 15 m/s, y esa variación se ha producido en 5 s. Por tanto, la aceleración es de

$$a = \frac{20 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = 3 \text{ m/s}^2$$

La aceleración resultante es de 3 m/s<sup>2</sup>: en el momento de comenzar la aceleración, la velocidad era de 5 m/s y como aumenta a razón de 3 m/s cada segundo, tienes los resultados de velocidad en función del tiempo que se muestran en la tabla.

tiempo (s)	rapidez (m/s)
0	5
1	8
2	11
3	14
4	17
5	20

Es decir, la aceleración mide la magnitud de la variación de la rapidez por unidad de tiempo.

### Velocidad y aceleración

A partir de ahora, al hablar de velocidad y aceleración se hará referencia a sus magnitudes, sin tener en cuenta su carácter vectorial más que en el signo: velocidades y aceleraciones positivas o negativas. Si **la aceleración es positiva, la velocidad aumenta** durante el proceso, pero si es **negativa, disminuye**, hasta que el móvil llega a detenerse.

La aceleración mide la rapidez con la que varía la velocidad: si es grande quiere decir que la velocidad varía muy deprisa, aumentando o disminuyendo. Si no hay aceleración, la velocidad es constante.

### Aceleración y tipos de movimiento

- Si la velocidad es constante, el movimiento es uniforme.
- Si la velocidad aumenta o disminuye, el movimiento es acelerado, con aceleración positiva o negativa respectivamente.
- Si la aceleración es constante, el movimiento es uniformemente acelerado.

## 5. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

En la vida real es complicado encontrar ejemplos de movimientos rectilíneos uniformes. Sin embargo, es relativamente sencillo encontrar movimientos rectilíneos con aceleración constante; de hecho, cualquier cuerpo al caer experimenta un movimiento de este tipo.

Ahora vas a trabajar con movimientos rectilíneos con aceleración constante: **si la aceleración hace aumentar la velocidad, será positiva, y negativa si la hace disminuir** (el móvil está frenando).

Dado que en un MRUA la velocidad varía con el tiempo, para describirlo necesitarás, además de la posición  $x_0$ , la velocidad  $v_0$  en el instante inicial y la aceleración  $a$  que actúa sobre el móvil.

Considerando que  $t_0=0$  y como en un MRUA la aceleración permanece constante:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v = v_0 + at$$

que es la ecuación de la velocidad en un MRUA.

Para obtener la ecuación de la posición, podemos aprovecharnos del hecho que la velocidad media es constante en cualquier intervalo, dado que la aceleración es constante. Entonces:

$$v_m = \frac{v_0 + v_f}{2} = \frac{v_0 + (v_0 + at)}{2} = v_0 + \frac{1}{2}at$$

$$x = x_0 + vt = x_0 + v_m t = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

### Ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v = v_0 + at$$

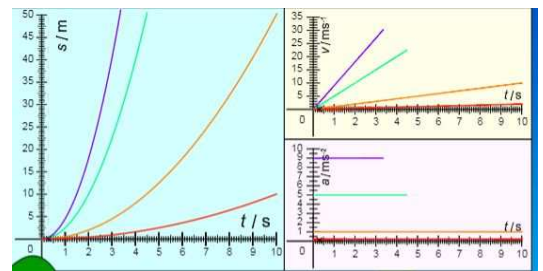
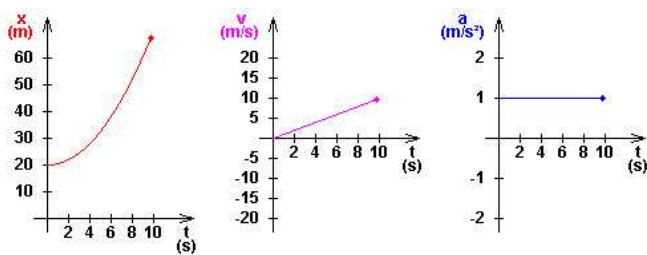
$$a = a_0$$

## 5.1 Gráficas en el MRUA

En el caso del MRUA también resulta interesante representar gráficamente la relación de las magnitudes cinemáticas (posición, velocidad y aceleración) frente al tiempo. Puedes simular movimientos con diferentes valores de posiciones y velocidades iniciales, así como aceleraciones positivas o negativas, dentro de los márgenes que permite el simulador. Observa las gráficas resultantes en cada caso para entender las características del movimiento.

### Características de las gráficas de un MRUA

- La gráfica **posición-tiempo** es una **rama de parábola**, que pasa por el origen cuando la posición inicial es cero; si no es así, corta el eje de posiciones en el valor de la posición inicial. La curva es cóncava si la aceleración es positiva y convexa en caso contrario.
- La gráfica **velocidad-tiempo** es una **recta inclinada**, que pasa por el origen cuando la velocidad inicial es cero; si no es así, corta el eje de velocidades en el valor de la velocidad inicial. La inclinación de la recta (pendiente) es positiva si la aceleración es positiva y negativa en caso contrario.
- La gráfica **aceleración-tiempo** es siempre una **recta horizontal**, que corta el eje de aceleraciones en el valor de la aceleración del movimiento.



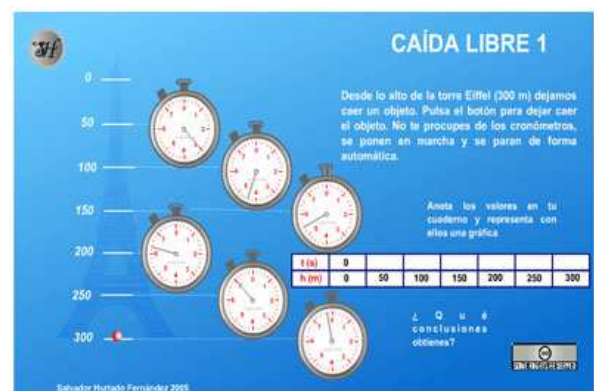
## 5.2 Movimientos en vertical

### En caída libre

¿Qué es lo que le ocurre a cualquier cuerpo cuando se suelta a una determinada altura del suelo?

La respuesta es inmediata: el cuerpo cae al suelo por efecto de la gravedad, debida a la atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre cualquier cuerpo situado en sus inmediaciones.

Observa la simulación ¿Qué tipo de movimiento lleva la bola?



A principios del siglo XVII Galileo demostró que si se desprecia el efecto de la resistencia del aire, todos los cuerpos experimentan el mismo movimiento de caída independientemente de su masa y de su forma. Concretamente, la distancia recorrida es directamente proporcional al cuadrado del tiempo invertido en recorrerla.

### Movimiento de caída libre

Quando un cuerpo está únicamente sometido a la acción de la gravedad, describe un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado con aceleración vertical y sentido hacia el centro de la Tierra, representada como  $g$  y cuyo valor es de  $9,81 \text{ m/s}^2$  (en la resolución de problemas se suele tomar el valor de  $10 \text{ m/s}^2$ )

En el caso particular de la caída libre, la aceleración es la debida a la gravedad ( $g$ ) y las ecuaciones del MRUA quedan de la forma:

$$v = v_0 - gt \qquad x = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

Observa el signo negativo en las ecuaciones. Esto se debe a que **el sistema de referencia tomado tiene como origen de coordenadas el suelo, y la dirección positiva del eje hacia arriba**; en este sistema de referencia, como la gravedad siempre tiene el sentido hacia el centro de la tierra, toma un valor negativo que ya aparece en las ecuaciones del movimiento.

### En los movimientos verticales

- **Cuando el cuerpo asciende su velocidad es positiva, y negativa cuando cae.**
- La velocidad de subida es positiva y se anula en el punto más alto de la trayectoria.
- La velocidad de caída se va haciendo cada vez más negativa (¡el objeto va cayendo cada vez más deprisa!).
- El tiempo de subida desde el suelo hasta alcanzar la altura máxima es el mismo que el de caída de esa altura hasta el suelo.
- La velocidad de lanzamiento desde el suelo es la misma que la de llegada al suelo.
- En el suelo la altura es cero y en la altura máxima la velocidad es cero.

### La aceleración de la gravedad

Cuando un cuerpo de tamaño pequeño y forma aerodinámica experimenta una caída libre cerca de la superficie de la Tierra, su velocidad aumenta en 9,81 metros por segundo en cada segundo. A efectos de estimaciones de cálculo, puedes considerar que el aumento es de 10 metros por segundo en cada segundo ( $10 \text{ m/s}^2$ ). Es decir, como al soltarla lleva una velocidad nula, al cabo de un segundo su velocidad será de 10 m/s, al cabo de otro segundo (2 s), de 20 m/s, un segundo después (3 en total), de 30 m/s, y así sucesivamente.

Este es un dato experimental, y que como verás más adelante al ver las fuerzas gravitatorias no es constante: dependiendo de dónde se produzca la caída libre, el valor es diferente (no es lo mismo en el Ecuador que en los Polos, aunque la diferencia es pequeña, ni en la Tierra o en la Luna, donde la diferencia es muy apreciable).

## 6. Movimientos circulares

Los objetos no solamente cambian su posición al trasladarse de un sitio a otro: también pueden girar, como es el caso de discos multimedia, centrifugadoras, taladros domésticos, batidoras, satélites, .... Habitualmente giran con velocidad constante. Ahora vas a ver cómo se describe su velocidad de giro.

### Magnitudes en movimientos periódicos

Hay dos magnitudes asociadas a los movimientos de giro y también a cualquier otro movimiento periódico (aquellos en los que las posiciones se repiten cada cierto tiempo, como sucede, además de en los objetos que giran a velocidad constante, en los péndulos y en los muelles cuando oscilan): el **periodo T** (tiempo que cuesta hacer un giro completo, medido en segundos, s) y la **frecuencia f** (número de vueltas o oscilaciones por segundo, medido en hertzios, Hz).

### Movimientos circulares uniformes alrededor de la Tierra

Como sabes, los planetas giran alrededor del Sol en órbitas aproximadamente circulares, girando con rapidez constante. Los satélites giran alrededor de los planetas de la misma forma (la Luna alrededor de la Tierra, Fobos y Deimos alrededor de Marte, etc). Pero también hay satélites artificiales como el Meteosat, que envía imágenes de la Tierra para elaborar mapas meteorológicos, satélites de comunicaciones, satélites



espía con fines militares, la Estación Espacial Internacional, etc.

En todos los casos se trata de cuerpos que giran con rapidez constante, recorriendo espacios iguales en tiempos iguales. Sin embargo, la velocidad varía, ya que la dirección del móvil cambia conforme el móvil describe la trayectoria curva. Y como **cambia la dirección del vector velocidad**, hay **aceleración**, que recibe el nombre de **normal** o **centrípeta**.

Como la trayectoria es circular y se recorre con rapidez constante, el movimiento se llama **movimiento circular uniforme, MCU**. Es muy importante analizarlo debido a la gran cantidad de sistemas que, además de los satélites, describen MCUs: relojes, ruedas, discos, aerogeneradores ...

### El movimiento circular uniforme

Las magnitudes que caracterizan al movimiento circular uniforme (trayectoria circular con rapidez constante) son:

**Velocidad de giro** (revoluciones por minuto, rpm, o por segundo, rps).

**Periodo** (tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta, segundos, s).

**Frecuencia** (número de vueltas que da el móvil por segundo, rps o hertzios, Hz).

## 6.1 Giros y desplazamientos

### Giro de ruedas y velocidad de móviles

Los móviles como los coches, las bicicletas y los tractores llevan ruedas que cuando giran indican que el móvil cambia de posición. Además, seguro que tienes claro que cuanto más deprisa giran significa que mayor es su velocidad de desplazamiento.

¿Qué relación hay entre la velocidad de giro de las ruedas y la de desplazamiento del móvil? Para establecerla, solamente tienes que tener en cuenta que cuando la rueda está apoyada en la superficie de movimiento **mientras da una vuelta completa recorre toda su longitud, es decir  $2\pi r$  metros** (¡la longitud de su circunferencia!), que es lo que avanza el móvil.

### Tractores

Los tractores tienen una característica especial: las ruedas delanteras suelen ser más pequeñas que las traseras y son las que giran más deprisa. Utiliza el vídeo para comprobarlo.





Pero cuando el tractor avanza, la distancia que recorren los dos tipos de ruedas es la misma (¡el tractor no se estira!); por tanto, como las ruedas más grandes recorren más distancia al dar una vuelta ( $2\pi r_g$ ) que las pequeñas ( $2\pi r_p$ ), las grandes deben girar más despacio que las pequeñas para que recorran el mismo espacio en el mismo tiempo.

Siendo  $t$  el tiempo de movimiento,  $v$  la velocidad del tractor,  $\omega$  la velocidad de giro de las ruedas y  $r$  su radio (p pequeñas y g grandes):

$$t_p = t_g \quad v_p = v_g \quad \omega_p > \omega_g \quad r_p < r_g$$

Al medir los diámetros de las dos ruedas, los resultados son de 4,7 cm para la grande y 3,1 cm para la pequeña. Es decir, su relación es de aproximadamente 1,5, lo mismo que la relación entre sus velocidades de giro (3 vueltas las ruedas pequeñas cada 2 vueltas las ruedas grandes). Por tanto, se cumple que:

$$\frac{\omega_p}{\omega_g} = \frac{r_g}{r_p}$$